70. ÉVFOLYAM 1977. 1. SZÁM

ELEKTROTECHNIKA

A MAGYAR ELEKTROTECHNIKAI EGYESÜLET
(A MŰSZAKI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI EGYESÜLETEK TAGJA) HIVATALOS KÖZLÖNYE

Официальный орган Венгерского Электротехнического Общества – Official Organ of the Hungarian Electrotechnical Association – Organe officiel de l'Association Électrotechnique Hongroise – Organo ufficiale dell'Associazione Electrotecnica Ungherese – Offizielles Organ des Ungarischen Elektrotechnischen Vereines

Szerkesztőség: Budapest V., Kossuth tér 6–8.
Az egyesület címe: Budapest V., Kossuth tér 6–8. Távbeszélő: 126–313.

Távvezetékben fellépő egyfázisú földrövidzárlati áramok közelítő számítása

KERTÉSZ VIKTOR ÉS MIHÁLKOVICS TIBOR, Budapest*

DK 621.315.1:621.3.061.1.025.1.001.24

A nagyfeszültségű hálózat zárlati áramainak ismerete köztudottan egy sor szempontból fontos: a zárlati áramok korlátozása, megszakítása (védelem) pusztító hatásának elkerülése (tehát a megfelelő méretezés) érdekében, hogy csak a legfontosabbat említsük. Elsősorban természetesen a gyűjtősínek zárlati áramait kell ismerni, tehát a legnagyobb zárlati áramokat, és legtöbbször érdektelenek a távvezetékeken fellépő zárlati áramok. Az előbbieket a hálózat állandó fejlődésének megfelelően évről-évre, kellő pontossággal, számítógépen kiszámolják. Az utóbbiak kiszámítása az ország valamennyi távvezetékére még számítógéppel sem lenne egyszerű feladat.

A VEIKI–VBF zárlati laboratóriumában a szabadvezetéki szigetelők ívállósági vizsgálati módszereinek kutatása során kísérletekkel bebizonyítottuk, hogy bizonyos körülmények között a *kisebb* zárlati áramú ívek nagyobb szigetelőlánc sérülést okozhatnak, mint a nagyobb áramú ívek. Ezt a megfigyelést a hálózat sérülési statisztikai adatainak az ilyen szempontból történő feldolgozása is bizonyította, továbbá rámutatott arra is, hogy az összes ív okozta szigetelőlánc sérülés között nagy számban fordulnak elő *kis* áramú ívek által okozott sérülések.

Ez szükségessé tette, hogy ne csak a gyűjtősínek zárlati áramait ismerjük, hanem – legalábbis közelítőleg – a távvezetékek egyes pontjainak zárlati áramait is. Megjegyezzük, hogy az ilyen adatok ismerete nemcsak a szigetelőket várhatóan érő ív okozta igénybevételek, hanem a sodronyokat és sodronyszerelvényeket érő termikus és dinamikus zárlati igénybevételek szempontjából is jelentős lehet.

Hogy ezeket az adatokat valóban ismerhessük, megfelelő számítási eljárást kellett kidolgoznunk. Ezt az eljárást jelen cikkben kívánjuk bemutatni.

Ez az eljárás lehetővé tette, hogy számunkra kielégítő pontossággal (maximálisan 20% hibával) manuális számítással meghatározzuk a kívánt adatokat. Az eljárás lényege végső soron bizonyos hálózatátalakítás. Az átalakítással leegyszerűsített hálózat zárlati áramának számítása már akár számítógéppel, akár manuálisan is történhet.

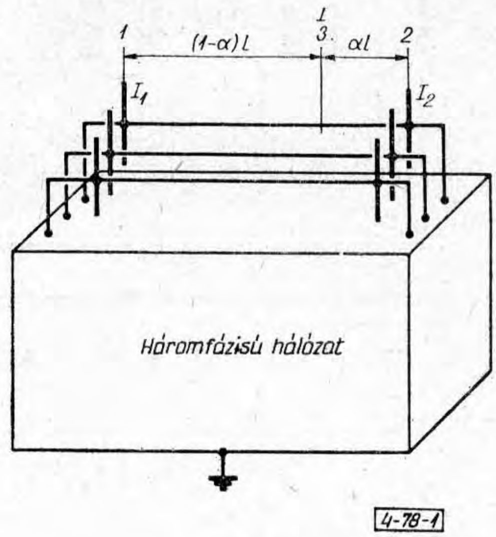
1. Háromfázisú hálózat

A megoldandó feladat a következőképpen fogalmazható meg: Az *1. ábra* jelöléseit felhasználva, az *1* és *2* jelű gyűjtősínek közötti távvezeték α-val jellemzett, *3* jelű helyén kell az egyfázisú földrövidzárlati (továbbiakban FN) áramot kiszámítani, ha ismert a hálózat névleges feszültsége (U_N), az *1*, illetve *2* gyűjtősínek FN zárlati árama (I_1, illetve I_2), valamint a távvezeték impedanciája a pozitív, negatív és zérus sorrendű hálózatban ($Z_{(1)}$, $Z_{(2)}$ és $Z_{(0)}$).

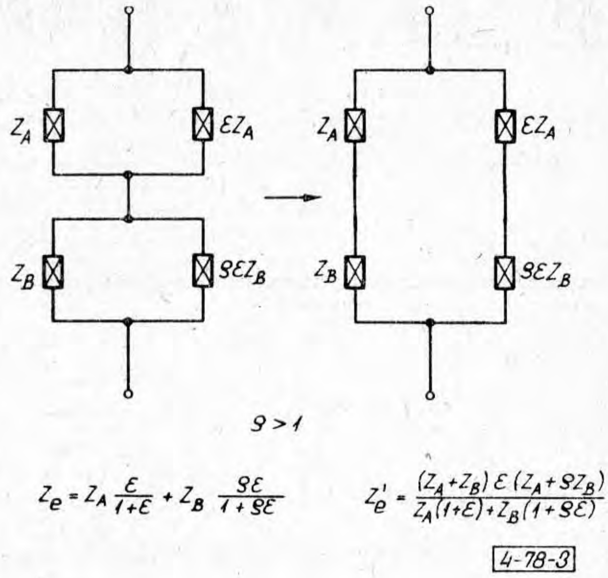
A szimmetrikus összetevők módszerét, valamint a hálózatra, mint hárompólusra a Thevenin-elvet alkalmazva, a keresett zárlati áram a *2. ábra* helyettesítő kapcsolásából határozható meg, ha ismertek az alábbi adatok:

$$Z_{1(1)}; Z_{2(1)}; Z_{3(1)}; Z_{1(2)}; Z_{2(2)}; Z_{3(2)}; Z_{1(0)}; Z_{2(0)}; Z_{3(0)};$$

* KERTÉSZ VIKTOR okl. villamosmérnök;
MIHÁLKOVICS TIBOR okl. villamosmérnök, mindketten a Villamosenergiaipari Kutató Intézet tudományos főmunkatársai (Budapest XV., Cservenka M. u. 99–101.)



1. ábra



3. ábra

vagyis a hálózat helyettesítő impedanciái, ahol az 1 index a zárójelben a pozitív, a 2 a negatív, a 0 pedig a zérus sorrendű hálózatra utal.

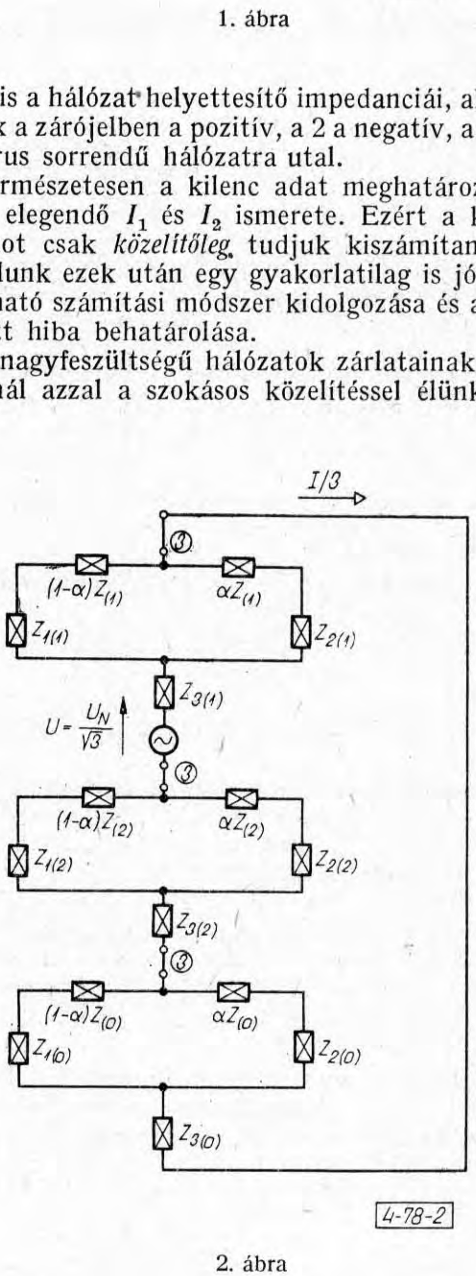
Természetesen a kilenc adat meghatározásához nem elegendő I_1 és I_2 ismerete. Ezért a keresett áramot csak *közelítőleg* tudjuk kiszámítani.

Célunk ezek után egy gyakorlatilag is jól alkalmazható számítási módszer kidolgozása és az elkövetett hiba behatárolása.

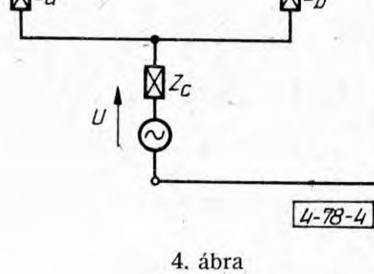
A nagyfeszültségű hálózatok zárlatainak számításánál azzal a szokásos közelítéssel élünk, hogy valamennyi impedancia vektor helyzete megegyezik.

Első lépésben a 2. ábra áramkörében a *3. ábra* szerinti összevonásokat végezzük el, amelynek eredményeképpen a *4. ábra* áramkörét kapjuk. Ha pl. először a pozitív és negatív sorrendű hálózatokat vonjuk össze, akkor $Z_A = Z_{1(1)} + (1-\alpha) Z_{(1)}$; $\varepsilon Z_A = Z_{2(1)} + \alpha Z_{(1)}$; $Z_B = Z_{1(2)} + (1-\alpha) Z_{(2)}$; $\varrho\, \varepsilon Z_B = Z_{2(2)} + \alpha Z_{(2)}$. A már összevont pozitív és negatív sorrendű hálózatot ezek után a zérus sorrendű hálózattal vonhatjuk össze, amikor is $Z_A = Z_{1(1)} + (1-\alpha) Z_{(1)} + Z_{1(2)} + (1-\alpha) Z_{(2)}$; $Z_B = Z_{1(0)} + (1-\alpha) Z_{(0)}$ stb.

Kimutatjuk, hogy az átalakítás végrehajtása a gyakorlati esetek túlnyomó részében az eredő impedanciában $0\ldots-6\%$ hibát eredményez, ahol a hiba: $h = (Z_e - Z_e')/Z_e$. Mivel ez a hiba mindig negatív, ezért az egyszerűsítő átalakítással számolt I zárlati áram mindig *kisebb* a tényleges zárlati áramnál.



2. ábra



4. ábra

Vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$z = \frac{Z_B}{Z_A}, \quad A = \frac{1+\varrho\varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{1+\varepsilon}{1+\varrho\varepsilon}\varrho.$$

Ezekkel a h hiba:

$$h = \frac{(A-(1+\varrho))z}{1+Az+\varrho z^2}.$$

Ha $\varrho = 1$, akkor $A = 1+\varrho$ és $h = 0$. Ezt a nyilvánvaló esetet a további vizsgálatokból kizárjuk.

Mivel $h = 0$ ha $z = 0$ és $\lim_{z\to\infty} h(z) = 0$, ezenkívül egyéb zérushely nincs, továbbá $z \geq 0$, így az adott $h(z)$ függvény esetében h-nak a $z = 1/\sqrt{\varrho}$ helyen – ahol $dh/dz = 0$ – abszolút szélső értéke van; h^*:

$$h^* = \frac{A-(1+\varrho)}{A+2\sqrt{\varrho}}.$$

Mivel $A \geq 0$, így h^*-nak A függvényében ott van szélső értéke, ahol A-nak az van. Vegyük figyelembe, hogy

$$\varepsilon \geq 0,$$

$$A(\varepsilon)|_{\varepsilon=0} = 1+\varrho, \quad \lim_{\varepsilon\to\infty} A(\varepsilon) = 1+\varrho.$$

továbbá $dA/d\varepsilon = 0$, akkor és csak akkor, ha $\varepsilon = 1/\sqrt{\varrho}$, és így:

$$A(\varepsilon)|_{\varepsilon=1/\sqrt{\varrho}} = 2\sqrt{\varrho} \leq 1+\varrho,$$

Ebből következik, hogy $2\sqrt{\varrho} \leq A \leq 1+\varrho$. $|h^*|$ nyilván akkor lesz maximális, ha $A = 2\sqrt{\varrho}$. Ekkor:

$$h_{\max} = h^*(A)|_{A=2\sqrt{\varrho}} = -\frac{(1-\sqrt{\varrho})^2}{4\sqrt{\varrho}}.$$

$h_{\max}$-ot ϱ függvényében néhány esetre kiszámítva:

$\varrho =$	1	1,5	2	2,5	3	4	6
$h_{\max} =$	0	–0,010	–0,030	–0,053	–0,077	–0,125	–0,21

Ha $\varrho \leq 2{,}5$, akkor $-0{,}053 < h_{\max} < 0$. Ha tehát ϱ-ra ez a feltétel teljesül, akkor az átalakítás olyan kicsiny hibát eredményez, hogy a tényleges h-ra a $h_{\max}$ becslés megfelel és nem kell tekintettel lenni arra, hogy esetleg $z \neq 1/\sqrt{\varrho}$ és $\varepsilon \neq 1/\sqrt{\varrho}$ miatt $|h| < |h_{\max}|$.

Ha azonban $\varrho > 2{,}5$ (ez az eset a hálózat távvezetékeinek csak kis részét érinti), akkor az átalakítás nagy hibát eredményezhet. Ekkor nem tekinthetünk el attól a ténytől, hogy ha $\varrho > 2{,}5$, akkor a valóságos esetekben ε lényegesen nagyobb $1/\sqrt{\varrho}$-nál, ami miatt a tényleges hiba, $|h|$, lényegesen kisebb $|h_{\max}|$-nál.

A pozitív és negatív sorrendű hálózatok 3. ábra szerinti átalakításakor $\varrho < 1{,}5$, így a hiba -1% alatt marad. Generátoroknál X_2/X_1 értéke kicsi lehet, távvezetékeknél, transzformátoroknál $X_2/X_1 = 1$. Így ha a 3. ábrán a Z_A és Z_B impedanciák egy generátor pozitív és negatív sorrendű impedanciái, εZ_A és $\varrho\varepsilon Z_B$ pedig távvezeték pozitív és negatív sorrendű impedanciái, akkor lehetséges, hogy $\varrho > 1{,}5$. Azonban a generátort mindig transzformátor (esetleg távvezeték is) követi, amelynek eredményeképpen $Z_B/Z_A = 0{,}7 \ \ldots\ 1$. Távvezetéknél $\varrho\varepsilon Z_B/\varepsilon Z_A = 1$. Így valóban $\varrho < 1{,}5$.

Hogyan alakul ϱ, amikor a már összevont pozitív és negatív sorrendű hálózat, valamint a zérus sorrendű hálózat összevonására kerül a sor? Nézzünk erre egy extrém nagy ϱ-t eredményező példát.

A baloldali 220 kV-os hálózat legyen egy 2000 MVA-es blokk. A jobboldali hálózatot egy ugyanilyen blokk és egy 80 km hosszú távvezeték képezze.

A blokk adatai: $X_{0B} = 2\Omega$; $X_{1B} = 7\Omega$; $X_{2B} = 5\Omega$.

A távvezeték adatai: $X_{0T} = 96\Omega$; $X_{1T} = 32\Omega$; $X_{2T} = 32\Omega$.

A baloldali hálózatra: $z = X_{0B}/(X_{1B}+X_{2B}) = 2/12 = 0{,}17$.

A jobboldali hálózatra: $\varrho z = (X_{0B}+X_{0T})/(X_{1B}+X_{2B}+X_{1T}+X_{2T}) = 98/76 = 1{,}29$. Így: $\varrho = 1{,}29/0{,}17 = 7{,}58$.

Továbbá:

$$\varepsilon = \frac{X_{1B}+X_{2B}+X_{1T}+X_{2T}}{X_{1B}+X_{2B}} = \frac{76}{12} = 6{,}33.$$

Ugyanakkor: $1/\sqrt{\varrho} = 0{,}36 \ll 6{,}3$.
Ebben az esetben $h_{\max} = -28\%$, azonban a tényleges hiba ε, ϱ és z ismeretében: $h \approx -5\%$.

Figyelembe véve, hogy előbb a pozitív és negatív, majd a zérus és a már összevont pozitív és negatív sorrendű hálózatokat vonjuk össze, az eredő impedancia hibája a gyakorlatban valóban zérus és -6% között mozog.

Ezek után a 2. ábrában a 3. ábra szerinti átalakításokat végrehajtva a 4. ábrán látható helyettesítő áramkört kapjuk.

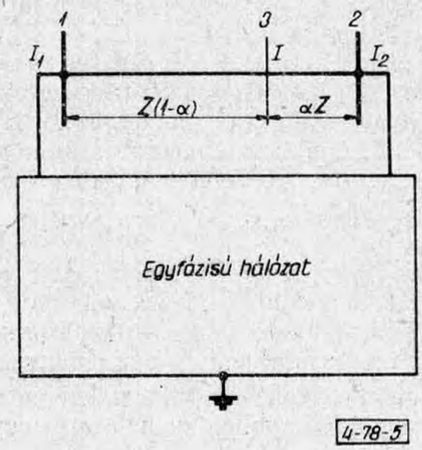
Végeredményben háromfázisú hálózatunkat a földrövidzárlati áram kiszámításakor jó közelítéssel *egyfázisú* hálózatnak tekinthetjük.

2. Egyfázisú hálózat

Az egyfázisú hálózat *(5. ábra)* generátorainak feszültsége: U. Ha az *1* jelű hibahelyen van zárlat, akkor legyen a zárlati áram: I_1, a *2* jelű hibahely esetén pedig I_2. Legyen $I_1 \leq I_2$. Ismert az U feszültség, az I_1 és I_2 zárlati áram, az *1* és *2* jelű gyűjtősín közötti távvezeték minden szükséges adata, valamint a *3* hibahely helye, vagyis α.

A feladat: a *3* hibahelyen folyó zárlati áram közelítő számítása.

A hálózat a hárompólusra alkalmazható Thevenin elv alapján a *6b. ábra* szerinti helyettesítő kapcsolással vehető figyelembe. Természetesen a Z_1, Z_2 és Z_3 impedanciák ismeretlenek. Ha Z_3 is-



5. ábra

mert lenne, akkor Z_1 és Z_2 számítható. Nyilvánvaló, hogy adott I_1, I_2 és Z értékek mellett Z_3 csak bizonyos határok között változhat.

$$0 \leq Z_3 \leq Z_{3\max}.$$

$Z_{3\max}$ nem lehet végtelen nagy, mert akkor $I_1 = I_2 = 0$.

A fenti feladatot most fogalmazzuk így meg:

Hogyan változik az I zárlati áram, ha Z_3 értékét 0-tól $Z_{3\max}$-ig változtatjuk?

Érvényesek az alábbi összefüggések:

$$I_1 = \frac{U}{Z_3 + \dfrac{Z_1(Z_2+Z)}{Z_1+Z_2+Z}}, \tag{1a}$$

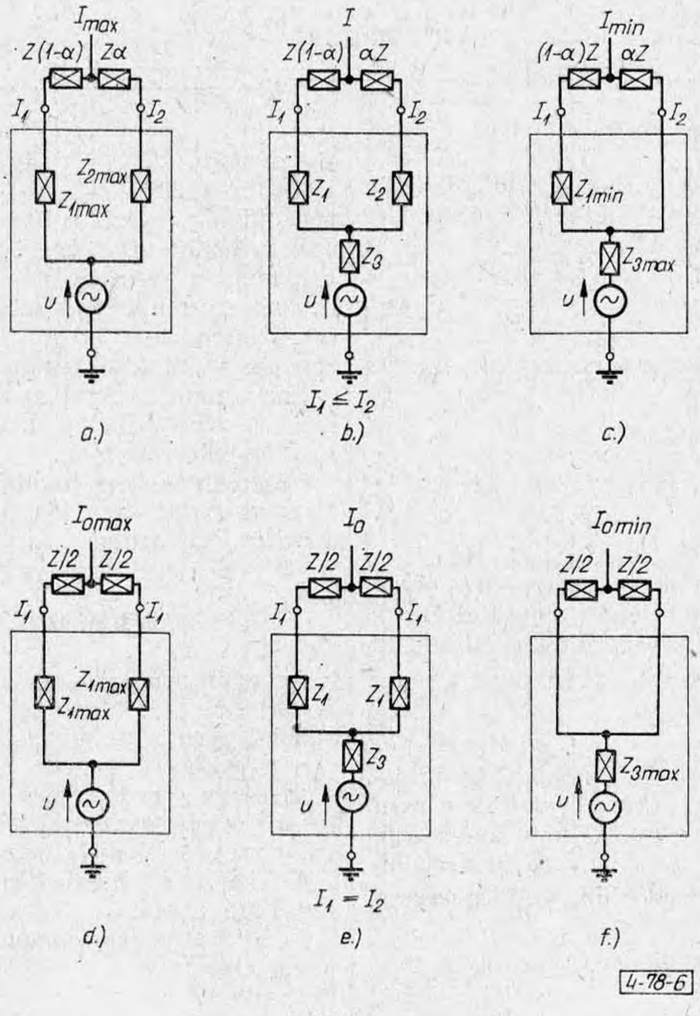
$$I_2 = \frac{U}{Z_3 + \dfrac{Z_2(Z_1+Z)}{Z_1+Z_2+Z}}, \tag{1b}$$

$$I = \frac{U}{Z_3 + \dfrac{[Z_1+Z(1-\alpha)](Z_2+\alpha Z)}{Z_1+Z_2+Z}}. \tag{1c}$$

Megfelelő átalakítások után:

$$\frac{U}{I_1} - Z_3 = \frac{Z_1(Z_2+Z)}{Z_1+Z_2+Z}, \tag{2a}$$

$$\frac{U}{I_2} - Z_3 = \frac{Z_2(Z_1+Z)}{Z_1+Z_2+Z}, \tag{2b}$$



6. ábra

$$I=\frac{U}{\frac{U}{I_2}+\alpha\left(\frac{U}{I_1}-\frac{U}{I_2}\right)+Z^2\frac{\alpha-\alpha^2}{Z_1+Z_2+Z}}. \tag{2c}$$

A keresett I értéke (2c) alapján – adott U, I_1, I_2, Z és α értékek mellett Z_1 és Z_2-től függ. E két utóbbi (2a) és (2b) felhasználásával $\frac{U}{I_1}-Z_3$ és $\frac{U}{I_2}-Z_3$ ismeretében számítható.

Vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$X_1=\frac{U}{I_1}-Z_3, \tag{3a}$$

$$X_2=\frac{U}{I_2}-Z_3. \tag{3b}$$

Nyilvánvalóan:

$$\frac{U}{I_1}-Z_{3\max}\leq X_1\leq\frac{U}{I_1}, \tag{4a}$$

$$\frac{U}{I_2}-Z_{3\max}\leq X_2\leq\frac{U}{I_2}. \tag{4b}$$

Oldjuk meg (2a) és (2b)-t Z_1-re és Z_2-re!

(2a)-ból:

$$Z_1=\frac{X_1(Z+Z_2)}{Z+Z_2-X_1},$$

(2b)-ből:

$$Z_1=\frac{X_2Z_2+X_2Z-ZZ_2}{Z_2-X_2}.$$

A két utolsó egyenlet jobb oldalait egyenlővé téve:

$$Z_2^2(X_1-X_2+Z)+Z_2(Z^2-2ZX_2)-Z^2X_2=0.$$

Ez másodfokú egyenlet Z_2-re. Megoldva:

$$Z_2=\frac{2ZX_2-Z^2\pm\sqrt{Z^4+4Z^2X_1X_2}}{2X_1-2X_2+2Z}.$$

Hasonlóképpen Z_1-re:

$$Z_1=\frac{2ZX_1-Z^2\pm\sqrt{Z^4+4Z^2X_1X_2}}{2X_2-2X_1+2Z}.$$

Ha Z_2-nél a négyzetgyökjel előtt „+" áll, akkor az ezen Z_2-höz tartozó Z_1-nél is ugyanez a helyzet. Z_2 és Z_1 másik, matematikailag lehetséges értékpárjainál „–" szerepel. Fizikailag csak azon megoldáspár jöhet szóba, amelynél Z_2 és Z_1 egyaránt pozitív.

Márpedig ez kizárólag az első esetben áll fenn. Tehát:

$$Z_2=\frac{2ZX_2-Z^2+\sqrt{Z^4+4Z^2X_1X_2}}{2X_1-2X_2+2Z}, \tag{5a}$$

$$Z_1=\frac{2ZX_1-Z^2+\sqrt{Z^4+4Z^2X_1X_2}}{2X_2-2X_1+2Z}. \tag{5b}$$

E gondolatsor helyességéről így győződhetünk meg egyszerűen:

Ha (2a), illetve (2b)-be Z_2 két értéke közül valamelyiket helyettesítjük, akkor nyilvánvalóvá válik, hogy Z_2 mindegyik értékéhez – „+", illetve „–" előjelekhez tartozókhoz – Z_1-nek pontosan az egyik értéke tartozik. Kell egy olyan értékpárnak lenni (fizikai megfontolások alapján), amelyik minden esetben pozitív Z_1-et, illetve Z_2-t ad.

Legyen $X_1=X_2=X$. Akkor

$$Z_{2,1}=\frac{2ZX-Z^2+\sqrt{Z^4+4Z^2X^2}}{2Z}>0,$$

$$Z_{2,2}=\frac{2ZX-Z^2-\sqrt{Z^4+4Z^2X^2}}{2Z}<0,$$

$$Z_{1,1}=Z_{2,1},$$

$$Z_{1,2}=Z_{2,2}.$$

Tehát az összetartozó értékpárok:

$$Z_{2,1};\ Z_{1,1},$$

illetve

$$Z_{2,2};\ Z_{1,2}.$$

Az értékpárok közül pedig csak $Z_{2,1}$; $Z_{1,1}$ jöhet szóba, mivel csak ezek pozitívak.

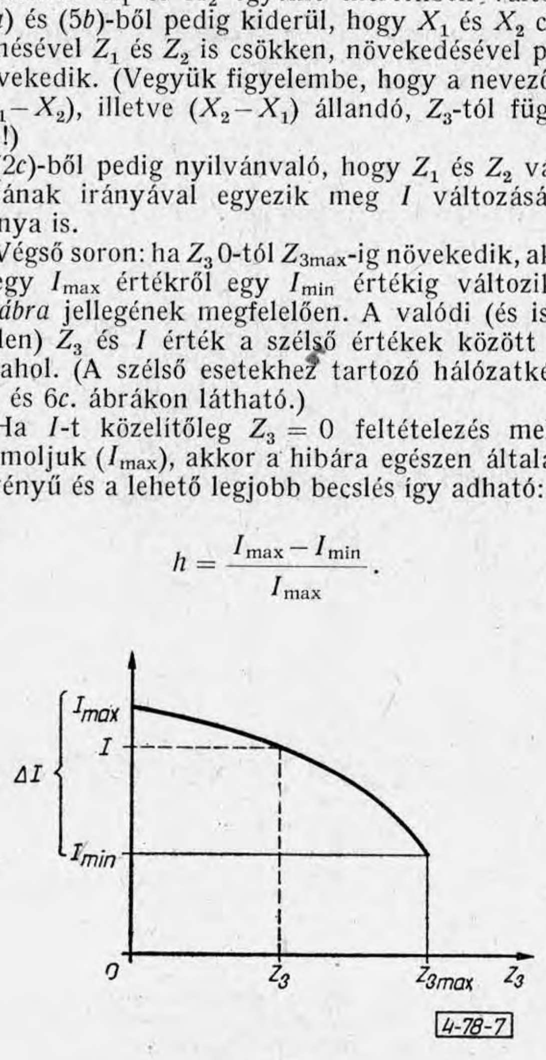
A (3a) és (3b) egyenletből látható, hogy Z_3 változásával X_1 és X_2 egyenlő mértékben változik. (5a) és (5b)-ből pedig kiderül, hogy X_1 és X_2 csökkenésével Z_1 és Z_2 is csökken, növekedésével pedig növekedik. (Vegyük figyelembe, hogy a nevezőben (X_1-X_2), illetve (X_2-X_1) állandó, Z_3-tól független!)

(2c)-ből pedig nyilvánvaló, hogy Z_1 és Z_2 változásának irányával egyezik meg I változásának iránya is.

Végső soron: ha Z_3 0-tól $Z_{3\max}$-ig növekedik, akkor I egy $I_{\max}$ értékről egy $I_{\min}$ értékig változik, a 7. *ábra* jellegének megfelelően. A valódi (és ismeretlen) Z_3 és I érték a szélső értékek között van valahol. (A szélső esetekhez tartozó hálózatkép a 6a. és 6c. ábrákon látható.)

Ha I-t közelítőleg $Z_3=0$ feltételezés mellett számoljuk ($I_{\max}$), akkor a hibára egészen általános érvényű és a lehető legjobb becslés így adható:

$$h=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}}. \tag{6}$$



7. ábra

A hiba kiszámításához szükséges a Z_{3max} ismerete. Ugyanis ezen érték segítségével kapható I_{min}.
Eredetileg feltételeztük, hogy $I_1 \leq I_2$. Így $X_1 \geq X_2$, ebből: $Z_1 \geq Z_2$.
Ha Z_3 nő és így X_1 és X_2 csökken, akkor Z_1 és Z_2 is csökken, miközben a $Z_1 \geq Z_2$ összefüggés igaz marad. Z_3 természetesen csak addig nőhet, amíg $Z_2 \geq 0$. Tehát Z_{3max} ott van, ahol $Z_2 = 0$. (5a)-ból:

$$2Z X_2 - Z^2 + \sqrt{Z^4 + 4Z^2 X_1 X_2} = 0 .$$

Ezen egyenletnek két megoldása van:
Az egyik:

$$X_{2min} = 0 . \tag{7a}$$

A másik:

$$X_2 - X_1 = Z .$$

Az utóbbi (3*a*), (3*b*) és (2*a*), (2*b*) felhasználásával ezt eredményezi:

$$-2Z_1 = Z .$$

Negatív impedancia nem jöhet számításba. Vagyis a helyes megoldás (7*a*)-ből és (3*b*)-ből:

$$Z_{3max} = \frac{U}{I_2},$$

ami elektrotechnikai megfontolások alapján is nyerhető. (Lásd a 6*c*. ábrát.)
(3*a*)-ból:

$$X_{1min} = \frac{U}{I_1} - \frac{U}{I_2} . \tag{7b}$$

(7*a*), (7*b*)-ből és (5*a*), (5*b*)-ből:

$$Z_{2min} = 0, \tag{8a}$$

$$Z_{1min} = \frac{Z\left(\frac{U}{I_1} - \frac{U}{I_2}\right)}{Z - \frac{U}{I_1} + \frac{U}{I_2}} . \tag{8b}$$

(3*a*), (3*b*)-ből $Z_{3min} = 0$ helyettesítéssel kapható

$$X_{1max} = \frac{U}{I_1}, \tag{9a}$$

$$X_{2max} = \frac{U}{I_2} . \tag{9b}$$

(9*a*), (9*b*)-ből, valamint (5*a*), (5*b*)-ből:

$$Z_{1max} = \frac{2Z\frac{U}{I_1} - Z^2 + \sqrt{Z^4 + 4Z^2 \frac{U^2}{I_1 I_2}}}{2\frac{U}{I_2} - 2\frac{U}{I_1} + 2Z}, \tag{10a}$$

$$Z_{2max} = \frac{2Z\frac{U}{I_1} - Z^2 + \sqrt{Z^4 + 4Z^2 \frac{U^2}{I_1 I_2}}}{2\frac{U}{I_1} - 2\frac{U}{I_2} + 2Z} . \tag{10b}$$

Vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$\beta = \frac{U}{Z I_1}, \tag{11a}$$

$$\gamma = \frac{U}{Z I_2}, \tag{11b}$$

$$\delta = \frac{IZ}{U} . \tag{11c}$$

Ezekkel (8*a*), (8*b*), (10*a*), (10*b*) és (2*c*):

$$\frac{Z_{1min}}{Z} = \frac{\beta - \gamma}{1 - \beta + \gamma}, \tag{12a}$$

$$\frac{Z_{2min}}{Z} = 0, \tag{12b}$$

$$\frac{Z_{1max}}{Z} = \frac{2\beta - 1 + \sqrt{1 + 4\beta\gamma}}{2\gamma - 2\beta + 2}, \tag{13a}$$

$$\frac{Z_{2max}}{Z} = \frac{2\gamma - 1 + \sqrt{1 + 4\beta\gamma}}{2\beta - 2\gamma + 2}, \tag{13b}$$

$$\delta = \frac{1}{\gamma + \alpha(\beta - \gamma) + \frac{\alpha - \alpha^2}{1 + \frac{Z_1}{Z} + \frac{Z_2}{Z}}} . \tag{14}$$

(6) felhasználásával:

$$h = 1 - \frac{\delta_{min}}{\delta_{max}}, \tag{15}$$

vagyis:

$$h = 1 - \frac{\gamma + \alpha(\beta - \gamma) + \frac{\alpha - \alpha^2}{1 + \frac{2\beta - 1 + \sqrt{1 + 4\beta\gamma}}{2\gamma - 2\beta + 2} + \frac{2\gamma - 1 + \sqrt{1 + 4\beta\gamma}}{2\beta - 2\gamma + 2}}}{\gamma + \alpha(\beta - \gamma) + \frac{\alpha - \alpha^2}{1 + \frac{\beta - \gamma}{1 - \beta + \gamma}}},$$

amiből:

$$h = (\alpha - \alpha^2)\frac{(1 - \beta + \gamma)\left(\sqrt{1 + 4\beta\gamma} + 2\gamma - 1\right)}{[\gamma + \alpha - \alpha^2(1 - \beta + \gamma)]\left(\beta + \gamma + \sqrt{1 + 4\beta\gamma}\right)} . \tag{16}$$

Abból a célból, hogy adott γ és β mellett a lehetséges legnagyobb h_0 hibát megkapjuk, meg kell vizsgálni, hogy h mely α érték mellett maximális.

Ha $\alpha = 0$, akkor (16)-ból $h = 0$; ha $\alpha = 1$, akkor ugyancsak (16)-ból: $h = 0$. A $0 < \alpha < 1$ tartományban meg kell keresni azt az α_0 értéket, amelyre $dh/d\alpha = 0$

Vagyis (figyelembe véve, hogy α nem lehet negatív):

$$\alpha_0 = \frac{\sqrt{\beta\gamma} - \gamma}{\beta - \gamma}. \tag{17}$$

Valóban igaz, hogy $\alpha_0 < 1$, hiszen ez (17)-ből és $\beta > \gamma$-ból következik. $\left(\text{Ha } \beta = \gamma, \text{ akkor } \alpha_0 = \frac{1}{2} \text{ adódik}\right)$.

Bevezetve a

$$\beta = \lambda^2 \gamma \tag{18}$$

összefüggést, ami másképpen:

$$\lambda^2 = \frac{I_2}{I_1}, \tag{19}$$

ezt kapjuk:

$$\alpha_0 = \frac{1}{1+\lambda} = \frac{\sqrt{I_1}}{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}. \tag{20}$$

(17)-et (16)-ba helyettesítve és (18)-at felhasználva végeredményben megoldottuk a kitűzött feladatot:

$$h_0 = \frac{(1 - \lambda^2\gamma + \gamma)\left(\sqrt{1 + 4\lambda^2\gamma^2} + 2\gamma - 1\right)}{(1 + 2\gamma + 2\lambda\gamma)\left(\sqrt{1 + 4\lambda^2\gamma^2} + \lambda^2\gamma + \gamma\right)}. \tag{21}$$

(21)-ből nyilvánvaló, hogy rögzített γ mellett h_0 annál kisebb, minél nagyobb λ. Tehát λ függvényében h_0 akkor a legnagyobb, ha $\lambda = 1$. Ekkor egyszerű átalakítás után:

$$h_0' = h_0|_{\lambda=1} = \frac{1 + 2\gamma - \sqrt{1 + 4\gamma^2}}{1 + 4\gamma}. \tag{22}$$

Vagyis bármely rögzített γ-ra és bármely λ-ra igaz:

$$h_0' = h_0(\gamma)|_{\lambda=1} \geq h_0(\gamma, \lambda). \tag{23}$$

Ezek után keressük a (22) képlet szerinti hiba maximális értékét γ függvényében. Ez nyilván ott lesz, ahol a γ szerinti első derivált eltűnik, hiszen

$$h_0(\gamma)|_{\gamma=0} = 0;$$

$$\lim_{\gamma \to \infty} h_0(\gamma) = 0;$$

$$h_0 \geq 0.$$

Tehát:

$$\frac{d}{d\gamma}\left(\frac{1 + 2\gamma - \sqrt{1 + 4\gamma^2}}{1 + 4\gamma}\right) = 0$$

Ennek megoldása:

$$\gamma_0 = \frac{3}{8}. \tag{24}$$

γ_0-t (22)-be helyettesítve kapjuk a *bármely hálózatképre érvényes maximális hibát:*

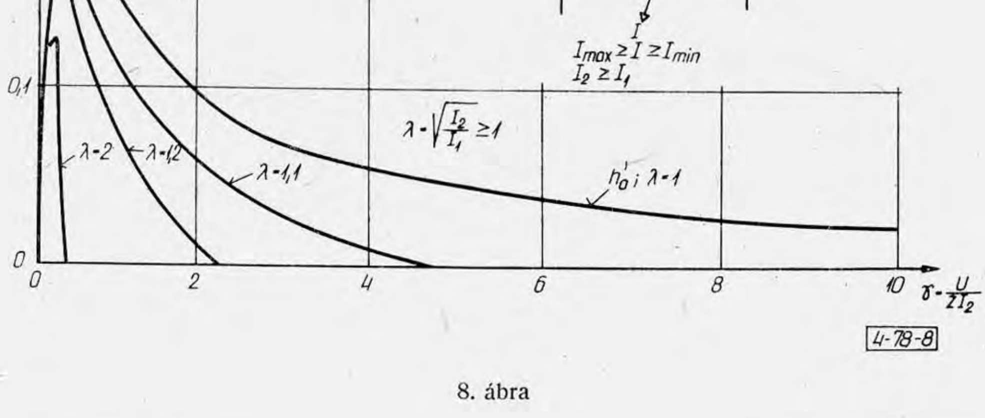
$$h_{\max} = h\Big|_{\substack{\alpha=\alpha_0 \\ \lambda=1 \\ \gamma=3/8}} = 0{,}2. \tag{25}$$

Célszerű a (21) összefüggést görbesereggel ábrázolni. Az ábrázoláshoz vegyük figyelembe, hogy

$$1 - \lambda^2\gamma + \gamma \geq 0,$$

vagyis

$$\gamma \leq \frac{1}{\lambda^2 - 1}. \tag{26}$$



8. ábra

Ennek az összefüggésnek az igazolása a (2*a*), (2*b*), (11*a*), (11*b*) és (18) egyenletek alapján egyszerűen kapható.

h_0 ábrázolása a 8. ábrán látható. (Emlékeztetőül: h_0 az α_0 hibahelyhez tartozó hibabecslés).

Ha a közelítő számítást $Z_3 = 0$ feltételezés mellett végezzük, akkor az α_0-nak megfelelő hibahelyen [lásd (20)] kiszámolt zárlati áram éppen a (6) képletben szereplő I_{max} lesz. Ezt az áramot ismertnek feltételezve a (21) összefüggésnél egyszerűbb összefüggést nyerhetünk az alábbi módon:

(12*a*), (12*b*) és (14)-ből:

$$\delta_{min} = \frac{1}{\alpha+\gamma-\alpha^2(1-\beta+\gamma)}.$$

Ha h_0 értékét akarjuk megkapni, akkor (15)-be azt a δ_{min} és δ_{max} értéket kell helyettesíteni, amelynél (20) érvényes. Legyenek ezek δ_{0max} és δ_{0min}. Figyelembe véve továbbá (18)-at:

$$\delta_{0min} = \frac{1}{\dfrac{2\lambda\gamma}{1+\lambda}+\dfrac{\lambda}{(1+\lambda)^2}}.$$

Alkalmazva (11*b*)-t és (19)-et:

$$\delta_{0min} = \frac{1}{\dfrac{2U}{Z(\sqrt{I_1 I_2}+I_2)}+\dfrac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1+2\sqrt{I_1 I_2}+I_2}}.$$

I_{max} ismeretében (11*c*) alapján δ_{0max} is ismert. Ekkor (15) alapján:

$$\frac{1}{1-h_0} = \delta_{0max}\left(\frac{2\lambda\gamma}{1+\lambda}+\frac{\lambda}{(1+\lambda)^2}\right), \tag{27}$$

illetve:

$$\frac{1}{1-h_0} = \tag{28}$$

$$= I_{0max}\left[\frac{2}{\sqrt{I_1 I_2}+I_2}+\frac{Z}{U}\,\frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1+2\sqrt{I_1 I_2}+I_2}\right],$$

ahol I_{0max} az α_0 hibahely zárlati árama, ha $Z_3 = 0$.

Az egész eddigi számítás igen rövidé és áttekinthetővé válik, ha $I_1 = I_2$ (lásd a 6*d*, *e* és *f*, ábrákat!). Ekkor:

$$I_1 = \frac{U}{\dfrac{Z_{1max}(Z_{1max}+Z)}{2Z_{1max}+Z}},$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_{3max}},$$

$$I_1 = I_2.$$

Ezekből:

$$Z_{1max} = Z\left[\frac{U}{I_1 Z}-\frac{1}{2}+\left(\frac{U^2}{I_1^2 Z^2}+\frac{1}{4}\right)^{1/2}\right],$$

$$Z_{3max} = \frac{U}{I_1}.$$

Továbbá, figyelembe véve, hogy

$$\alpha_0 = \frac{1}{2},$$

kapható:

$$I_{0min} = \frac{U}{Z_{3max}+\frac{1}{4}Z},$$

$$I_{0max} = \frac{2U}{Z_{1max}+\frac{1}{2}Z}.$$

A hiba ebben az esetben:

$$h_0 = 1-\frac{2\dfrac{U}{I_1 Z}+\left(4\dfrac{U^2}{I_1^2 Z^2}+1\right)^{1/2}}{1+4\dfrac{U}{I_1 Z}}, \tag{29}$$

illetve

$$h_0 = 1-\frac{2\gamma+\sqrt{1+4\gamma^2}}{1+4\gamma}, \tag{30}$$

amely természetesen egyezik (22)-vel (hiszen ha $I_1 = I_2$, akkor $\lambda = 1$!).

3. A közelítő számítási módszer gyakorlati alkalmazása

Az 1. ábra szerinti távvezetéken legyen ismert az *1* gyűjtősín I_1, a *2* gyűjtősín I_2 egyfázisú földrövidzárlati árama, a távvezeték

$$Z = \frac{1}{3}(Z_{(1)}+Z_{(2)}+Z_{(0)})$$

impedanciája, valamint a hálózat névleges feszültsége, U_N. Ekkor a távvezeték $0 \leq \alpha \leq 1$ tényezővel jellemzett *3* hibahelyén fellépő zárlati áramot kis hibával (lásd 1. pont) az 5. ábra szerinti egyfázisú hálózatból számíthatjuk.

Legyen I az egyfázisú hálózatból számolt áram. Ha e hálózat adatait nem ismerjük, akkor jó közelítés úgy nyerhető, hogy az 5. ábrán látható hálózat 6*b*. ábrán látható helyettesítő kapcsolásában $Z_3 = 0$ feltételezéssel élünk. Ekkor a valódi I zárlati áram a számítottnál kisebb lesz, és az eltérés elméletileg lehetséges maximális értéke a számított áram 20%-a.

A gyakorlati esetekben a közelítéssel számolt zárlati áram többnyire legföljebb néhány százalékkal nagyobb a valódinál.

Legyen $I_2 \geq I_1$. A közelítő számításhoz olyan Z_{1max} és Z_{2max} impedanciákra van szükségünk, amelyekkel a 6*a*., illetve 6*d*. ábrán látható helyettesítő kapcsolás valóban az I_1 és I_2 zárlati áramokat eredményezi, ha U az eredeti hálózat fázisfeszültsége.

Nyilvánvalóan:

$$I_1 = \frac{U}{Z_{2max}+Z}+\frac{U}{Z_{1max}},$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_{1max}+Z}+\frac{U}{Z_{2max}}.$$

1. táblázat

Megadott értékek				Kiszámolt értékek							8. ábrából leolvasott értékek
U [kV]	I_1 [kA]	I_2 [kA]	Z [Ω]	α_0 (20)-ból	Z_{1max} [Ω] (10*a*)-ból	Z_{2max} [Ω] (10*b*)-ből	I_{0max} [kA] (31)-ből	γ – (11*b*-ből)	λ – (19)-ből	h_0 [%] (28)-ból	h_0 [%]
70	4	4	35	0,5	24,8	24,8	3,31	0,5	1	19,4	20
	4	16	35	0,333	31,4	4,71	5,56	0,125	2	7,4	7...10
	4	4	7	0,5	31,9	31,9	3,96	2,5	1	8,2	8
	6	11	7	0,43	71,4	6,94	7,97	0,91	1,35	2,9	2...5
	16	25	7	0,445	7,5	3,46	16,78	0,4	1,25	13,8	11...14

A közelítő számítás akkor a legpontatlanabb, ha a hibahely az

$$\alpha_0 = \frac{\sqrt{I_1}}{\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}} \leq 0{,}5$$

értékkel jellemzett helyen van.

A hibahely zárlati árama:

$$I_{0max} = \frac{U}{Z_{1max}+(1-\alpha_0)Z} + \frac{U}{Z_{2max}+\alpha_0 Z}. \qquad (31)$$

Ebből már a (28)-képlet felhasználásával számítható az a legnagyobb eltérés (h_0), amelynél a távvezeték *bármely* pontján közelítőleg számolt zárlati áram és az ott fellépő (és mindig kisebb!) valódi zárlati áram közötti eltérés csak kevesebb lehet. Ez a h_0 hiba

$$\gamma = \frac{U}{Z I_2}$$

és

$$\lambda = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}$$

ismeretében a 8. ábra görbeseregéből is nyerhető.

Néhány esetre az elvégzett számítás eredményét az *1. táblázat* tartalmazza.

4. A hazai nagyfeszültségű hálózat egyfázisú földrövidzárlati (FN) áramainak eloszlása

A VEIKI–VBF zárlati laboratóriumában a szabadvezetéki szigetelők ívállósági vizsgálati módszereinek kutatása során kísérletekkel bebizonyítottuk, hogy bizonyos körülmények között a kisebb zárlati áramú ívek nagyobb szigetelőlánc sérülést okozhatnak, mint a nagyobb áramú ívek. Ezt a megfigyelést a hálózat sérülési statisztikai adatainak az ilyen szempontból történő feldolgozása is bizonyította, továbbá rámutatott arra is, hogy az összes ív okozta szigetelőlánc sérülés között nagy számban fordulnak elő kis áramú ívek által okozott sérülések. Ez szükségessé tette, hogy ne csak a gyűjtősínek zárlati áramait ismerjük, hanem – legalábbis közelítőleg – a távvezetékek egyes pontjainak zárlati áramait is. Megjegyezzük, hogy az ilyen adatok ismerete nemcsak a szigetelőket várhatóan érő ív okozta igénybevételek, hanem a sodronyokat és sodronyszerelvényeket érő termikus és dinamikus zárlati igénybevételek szempontjából is jelentős lehet.

Megvizsgáltuk, hogy a hazai 120–, 220– és 400 kV-os hálózat teljes hosszának hány százalékában lép fel $I \leq 4$ kA, 4kA $< I \leq$ 6kA, 6kA $< I \leq$ 10 kA és $I >$ 10kA egyfázisú (FN) tranziens zárlati árama.

A kidolgozott számítási módszerrel egy-egy adott távvezeték esetében meghatároztuk, hogy mely pontokban csökken a zárlati áram 4kA; 6kA; illetve 10kA alá. A számításokat valamennyi távvezetékre elvégezve és az eredményeket összegezve adódtak a *2.*, *3.* és *4. táblázatban* összefoglalt eredmények.

2. táblázat

A 120 kV-os hálózat tranziens FN zárlati áramainak eloszlása (1973. évi téli üzemállapot)

Összes hossz	ahol $I \leq 4$ kA	ahol 4 kA $< I \leq$ 6 kA	ahol 6 kA $< I \leq$ 10 kA	ahol 10 kA $< I$
4972 km 100%	30,3%	27,3%	27,7%	14,7%

3. tábláza

A 220 kV-os hálózat tranziens FN zárlati áramainak eloszlása (1973. évi téli üzemállapot)

Összes hossz	ahol $I \leq 4$ kA	ahol 4 kA $< I \leq$ 6 kA	ahol 6 kA $< I \leq$ 10 kA	ahol 10 kA $< I$
1288 km 100%	16,3%	33,2%	39,1%	11,4%

4. táblázat

A 400 kV-os hálózat tranziens FN zárlati áramainak eloszlása (1973. évi téli üzemállapot)

Összes hossz	ahol $I \leq 4$ kA	ahol 4 kA $< I \leq$ 6 kA
311 km 100%	18%	82%

Érkezett: 1974. XII.