

# A független visszaszökő feszültség meghatározása operátoros módszerrel

MIHÁKOVICS TIBOR, Budapest\*

DK 621.316.1.015.3.001.24

## 1. Bevezetés

Ismert tény, hogy a megszakítás sikeres volta a megszakított zárlati áramon és az üzemi frekvenciájú visszatérő feszültségen kívül függ a megszakítás után fellépő kapcsolási túlfeszültségtől – visszaszökő feszültségtől – is. A visszaszökő feszültség (továbbiakban V. S. F.) jellemzőit a hálózati paraméterek és a megszakító együttesen határozzák meg.

Az adott hálózati ponton a megszakító által nem befolyásolt, ún. *független visszaszökő feszültséget* kell ismerni. A megszakító típusvizsgálata a próbaállomásokon bizonyos előírt független V. S. F. paraméterek mellett történik. Hogy az adott hálózati ponton a megszakító beépíthető-e vagy sem, az a megszakítóra garantált V. S. F. paramétereinek és a szóbanforgó hálózati pont független V. S. F. paramétereinek összehasonlításából adódik. Tehát a megszakító által nem befolyásolt V. S. F. képezi a továbbiakban vizsgálataink tárgyát, azaz ideális megszakítást tételezünk fel (lásd 2.3).

A V. S. F. Thevenin-elven alapuló operátoros számítási módszerét HAMMARLUND. [1] vizsgálta részletesen, és jelentős számú áramkörre adta meg az eredményeket. (Az irodalomban  $A_1, A_2, \dots, B_1, \dots, C_1, \dots$  stb. néven jelölt áramkörök.)

Gyakorlatunkban sok esetben a vizsgált hálózat megfelelt valamely HAMMARLUND által levezetett áramkörnek, egyes bonyolultabb hálózati esetek megoldásához azonban szükségessé vált, hogy a számításokat új áramkörökre is levezessük. ( $M1, M2, M3, M4, M6$  jelű áramkörök.) Például ezen új áramkörök egy része figyelembe veszi azt, hogy a hazai viszonyok között sok esetben nem lehet végtelen hálózati táplálást feltételezni. Ha bonyolultabb áramköröket vizsgálunk, azaz a hálózati elemek száma növekszik, a számítás alapját képező karakterisztikus egyenletek egyre bonyolultabbak lesznek. Ezek megoldása a növekvő fokszám és a bennük szereplő tangens függvények miatt számítóggal célszerű.

## 2. A számítások alapját képező feltételek

2.1 Mérések és elméleti megfontolások mutatják, hogy a földetlen háromfázisú zárlat először megszakító fázisa adja a legnagyobb V. S. F. meredekséget és a legnagyobb üzemi periódusú visszatérő feszültséget, amely általában a fázisfeszültség  $\frac{3}{2}$ -szerese. Ezért a továbbiakban ezt az esetet vizsgáljuk.

\* MIHÁKOVICS TIBOR okl. villamosmérnök, a Villamosenergiapari Kutató Intézet tudományos munkatársa (Budapest XV., Cservenka M. u. 99–101.)

2.2 Számításainkban *veszteségmentes* hálózatokat tételezünk fel, tehát a csillapítást nem vesszük figyelembe, a hálózati elemeket csak induktivitásaikkal és kapacitásaikkal képezzük le. Ez a feltevés a számításokat jelentősen egyszerűsíti, az eredményeink használhatóságát azonban nem rontja.

A megszakító szempontjából csak az első, vagy második csúcsig – általában a maximális amplitúdó időpontjáig – döntő jelentőségű a rezgés lefolyása, ezen időtartományban azonban a csillapodás elég kismérvű, ahogy ezt a számítási példa 5–8. ábrán is szemléltetik.

2.3 Ideális megszakítást tételezünk fel, tehát a megszakító az áram nullaátmenetében szakít meg, az iv feszültsége nulla és a megszakítás után az iv-pálya ellenállása végtelen.

## 3. A Thevenin elven alapuló operátoros számítási módszer alkalmazása elosztott paraméterű elemeket tartalmazó áramkörben

### 3.1 A módszer elvi alapjai

A zárlati áram megszakításakor fellépő V. S. F. Thevenin elve értelmében számítható. Ha a megszakító kontaktusáról nézett hálózat operátoros impedancia függvénye  $Z(p)$ , a zárlati áram Laplace-transzformáltja  $I(p)$ , akkor a V. S. F. transzformáltját az (1) egyenlet adja

$$U_v(p) = I(p) \cdot Z(p) \quad (1)$$

Lineáris, koncentrált paraméterű hálózatokat leíró Kirchhoff-törvények állandó együtthatós, lineáris integro-differenciál egyenletek. Ezek esetében az (1) egyenlet racionális algebrai tört. Ilyen törtfüggvények visszatranszformálásánál legcélszerűbb a Heaviside-féle kifejtési tételt alkalmazni, amelyhez a törtfüggvény pólusainak ismeretere van szükség. Racionális törtfüggvények esetében a pólusok az egyedüli szinguláris pontok és ezek száma véges.

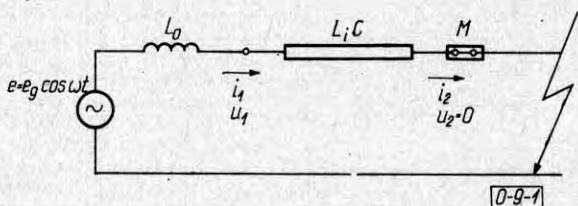
Nézzük azonban az elosztott paraméterű hálózatokat. Ez elsősorban olyan hálózatokat jelent, amelyekben V. S. F. lefolyását döntően befolyásoló távvezetékek vannak jelen, amelyek  $\pi$  vagy  $\tau$ -tagos helyettesítése komoly hibát okoz. Ilyen elosztott paraméterű hálózatok esetében a  $Z(p)$  impedancia függvény transzcendens és a pólusok száma végtelen lehet. Rendszerint ezek az impedancia függvények meromorf függvények, tehát az egész síkon nem rendelkeznek más szingularitással, mint a pólusok. A meromorf függvények azon csoportjánál, amelyekkel távvezetékekkel rendelkező áramkörök megoldásánál találkozunk, mint DAHR a MITTAG–LEFFLER-féle egyszerű törtre bontás

elmélete alapján kimutatta, szintén alkalmazható a Heaviside-féle kifejtési tétel.

A továbbiakban koncentrált és elosztott paraméterű rendszerek különböző kombinációjából képzett áramköröket vizsgálunk. A kidolgozott áramkörök a gyakorlatban előforduló esetek jelentős részében alkalmazhatók. A módszert és annak gyakorlati végrehajtását példán részletesen is bemutatjuk, hogy az olvasó olyan feladatot is meg tudjon oldani, amely esetleg a továbbiakban bemutatott egyik áramkörre sem vezethető vissza.

**3.2 A módszer bemutatása egyszerű hosszú vezetékű áramkörös (A1 jelű áramkör)**

Tekintsük az 1. ábra szerinti áramkört. A megszakító a hosszú vezeték végén van, a táplálás a vezeték másik végén koncentrálnak tekinthető  $L_0$  induktivitású generátor-transzformátor blokkról történik.



1. ábra.

A távvezetékek elméletének megfelelően az  $L$  induktivitású és  $C$  kapacitású,  $Z_0 = pL_0$  impedanciával lezárt távvezeték bemenő impedancia függvényét a (2) egyenlet adja.

$$Z_b = Z \frac{Z \cdot \tanh \delta l + Z_0}{Z + Z_0 \cdot \tanh \delta l} \quad (2)$$

ahol

- $Z = \sqrt{L/C}$  – a távvezeték hullámellenállása
- $\delta$  – terjedési együttható
- $l$  – távvezeték hossza

A távvezetékek elméletéből ismert, hogy  $\delta l = p\sqrt{LC}$ . Térjünk át viszonylagos egységekre, a távvezeték adatait tekintsük alapmenyiségnek, tehát

$$\begin{aligned} L &= 1 \\ C &= 1 \end{aligned}$$

Ekkor  $Z = \sqrt{L/C} = 1$ ;  $p\sqrt{LC} = p$   
Vezessük be a következő jelölést:

$$L/L_0 = 1/L_0 = m$$

A (3) alapján:

$$Z_0 = pL_0 = p/m$$

Így a (2) egyenlet a következőképpen egyszerűsödik:

$$Z_b = \frac{m \cdot \tanh p + p}{m + p \cdot \tanh p} \quad (4)$$

Nézzük a zárlati áramot a távvezeték egyenletek felírásával:

$$\begin{aligned} u_1 &= i_2 Z \cdot \sinh(j\omega\sqrt{LC}) = e_g \cdot \cos \omega t - i_1 \cdot j\omega L_0 \\ i_1 &= i_2 \cdot \cosh(j\omega\sqrt{LC}) \end{aligned} \quad (5)$$

(5)-ből adódik, hogy

$$i_2 = \frac{e_g \cdot \sin \omega t}{\sqrt{L/C} \cdot \sin(\omega\sqrt{LC}) + \omega L_0 \cdot \cos(\omega\sqrt{LC})}$$

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\tau = t\sqrt{LC}$$

$\beta = \omega\sqrt{LC}$ , ahol  $\omega$  az  $e_g$  csúcsértékű generátor feszültség körfrekvenciája.

A zárlati áram:

$$i = i_2 \frac{e_g \cdot \sin \beta \tau}{\omega \left( \frac{L \sin \beta}{\beta} + L_0 \cos \beta \right)} \quad (6)$$

Mivel rendszerint  $\beta$  kicsiny (100 km vezetékre:  $\beta \approx 0,1$ ), ezért úgy vehetjük, hogy  $\cos \beta \approx 1$  és  $\sin \beta \approx \beta$ .

Így

$$i \approx \frac{e_g \cdot \sin \beta \tau}{\omega(L_0 + L)} \quad (7)$$

A (7) egyenlet adódik a távvezeték egyenletek felírása nélkül a szokásos erőáramú szemléletből is.

Viszonylagos egységben az alapfeszültség  $-e_g$ .

Viszonylagos egységben az alapáram  $-\frac{e_g}{\sqrt{L/C}}$

Zárlati áram viszonylagos egységben (6)-ból:

$$i_{v.e.} = \frac{m \cdot \sin \beta \tau}{\beta \left( \cos \beta + m \frac{\sin \beta}{\beta} \right)} \quad (8)$$

A (8) egyenlet transzformálásával (9) adódik:

$$J(p) = \frac{m}{\cos \beta + m \frac{\sin \beta}{\beta}} \frac{1}{p^2 + \beta^2} \quad (9)$$

A V. S. F. transzformáltja:

$$U_v(p) = J(p) \cdot Z(p) = \frac{m}{\cos \beta + m \frac{\sin \beta}{\beta}} \quad (10)$$

$$\frac{1}{p^2 + \beta^2} \frac{m \tanh p + p}{m + p \cdot \tanh p}$$

A karakterisztikus egyenlet:

$$m + p \cdot \tanh p = 0 \quad (11)$$

Veszteségmentes esetben, azaz, ha a gyököknek valós része nincsen, a hiperbolikus függvények helyett trigonometrikus függvények adódnak, tehát  $p = j\gamma$  helyettesítéssel a (11)-ből a (12) egyenletet kapjuk.

$$m - \gamma \cdot \tan \gamma = 0 \tag{12}$$

A (12) egyenlet gyökei:

$$\gamma = \pm \gamma_1; \pm \gamma_2; \dots \pm \gamma_k \dots$$

Nézzük az egyszerű törtre bontást:

$$U_v(p) = H \frac{A(p)}{B(p)} \tag{13}$$

$$\left. \begin{aligned} A(p) &= p + m \cdot \tanh p \\ B(p) &= (p^2 + \beta^2)(m + p \cdot \tanh p) \\ H &= \frac{m}{\cos \beta + m \frac{\sin \beta}{\beta}} \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

$$U_v(p) = H \left\{ \left[ \frac{A(p)}{B'(p)} \right]_{p=j\beta} \cdot \frac{1}{p-j\beta} + \left[ \frac{A(p)}{B'(p)} \right]_{p=-j\beta} \cdot \frac{1}{p+j\beta} + \sum \left[ \frac{A(p)}{B'(p)} \right]_{p=p_k} \cdot \frac{1}{p-p_k} \right\} \tag{15}$$

ahol  $p_k$  a (11) egyenlet gyökei.  
Legyen

$$B(p) = C(p) \cdot D(p) \tag{16}$$

$$\left. \begin{aligned} C(p) &= p^2 + \beta^2 \\ D(p) &= m + p \cdot \tanh p \end{aligned} \right\} \tag{17}$$

$$C(p)|_{p=\pm j\beta} = 0; \quad D(p)|_{p=p_k} = 0$$

Így

$$B'(p)|_{p=\pm j\beta} = [C'(p) \cdot D(p) + C(p) \cdot D'(p)]_{p=\pm j\beta} = [C'(p) \cdot D(p)]_{p=\pm j\beta}$$

$$B'(p)|_{p=p_k} = [C(p) \cdot D'(p)]_{p=p_k}$$

Ezek alapján (15) a következőképpen írható:

$$U_v(p) = H \left\{ \left[ \frac{A(p)}{C'(p) \cdot D(p)} \right]_{p=j\beta} \cdot \frac{1}{p-j\beta} + \left[ \frac{A(p)}{C'(p) \cdot D(p)} \right]_{p=-j\beta} \cdot \frac{1}{p+j\beta} + \sum \left[ \frac{A(p)}{C(p) \cdot D'(p)} \right]_{p=p_k} \cdot \frac{1}{p-p_k} \right\} \tag{18}$$

Jelen példában:

$$C'(p) = 2p$$

$$D'(p) = \tanh p + p(1 - \tanh^2 p)$$

$$\left[ \frac{A(p)}{C'(p) \cdot D(p)} \right]_{p=j\beta} = \left[ \frac{A(p)}{C'(p) \cdot D(p)} \right]_{p=-j\beta} = \frac{\beta + m \tan \beta}{2\beta(m - \beta \cdot \tan \beta)}$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{A(p)}{C(p) \cdot D'(p)} \right]_{p=j\gamma_k} &= \left[ \frac{A(p)}{C(p) \cdot D'(p)} \right]_{p=-j\gamma_k} = \\ &= \frac{\gamma_k + m \cdot \tanh \gamma_k}{(\beta^2 - \gamma_k^2)[\tan \gamma_k + \gamma_k(1 + \tan^2 \gamma_k)]} \end{aligned}$$

$\tan \gamma_k$  értékét (12) egyenletből kifejezve és (18)-ba behelyettesítve:

$$U_v(p) = H \left\{ \frac{\beta + m \tan \beta}{2\beta(m - \beta \tan \beta)} \frac{2p}{p^2 + \beta^2} + \sum \frac{\gamma_k^2 + m^2}{(\beta^2 - \gamma_k^2)(m + \gamma_k^2 + m^2)} \frac{2p}{p^2 + \gamma_k^2} \right\}$$

$U_v(p)$  visszatranszformálásával a (19) egyenletet kapjuk

$$u = \frac{m}{m \cdot \cos \beta - \beta \sin \beta} \cos \beta \tau - \frac{m}{\cos \beta + m \frac{\sin \beta}{\beta}} \cdot \sum 2 \frac{\gamma_k^2 + m^2}{\gamma_k^2 + m^2 + m} \frac{1}{\gamma_k^2 - \beta^2} \cos \gamma_k \tau \tag{19}$$

Mivel rendszerint  $\beta$  kicsiny ( $\cos \beta \approx 1$ ;  $\sin \beta \approx \beta$ )

$$u \approx \frac{m}{m - \beta^2} \cos \beta \tau - \frac{m}{1 + m}$$

$$\cdot \sum 2 \frac{\gamma_k^2 + m^2}{\gamma_k^2 + m^2 + m} \frac{1}{\gamma_k^2 - \beta^2} \cos \gamma_k \tau \tag{20}$$

Az összetevő rezgések frekvenciáját relatív egységben a karakterisztikus egyenletből lehet számítani, a V. S. F-et pedig a (19), illetve (20) egyenlet adja. A relatív egységekből a tényleges értékek az alapegységek ismeretében számíthatók.

Alapegységek:

induktivitás	=	$L$ távvezeték induktivitása
kapacitás	=	$C$ távvezeték kapacitása
ellenállás	=	$\sqrt{L/C}$
idő	=	$\sqrt{LC}$ ( $\tau = t/\sqrt{LC}$ )
körfrekvencia	=	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$ ( $\beta = \omega\sqrt{LC}$ )
feszültség	=	$e_g$ a generátor feszültség csúcsértéke
áram	=	$\frac{e_g}{\sqrt{L/C}}$

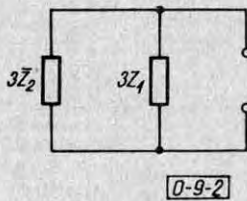
### 3.3 A számítási módszer alkalmazása háromfázisú zárlat esetére

A (19), illetve (20) egyenlet az 1. ábra, tehát lényegében egyfázisú kör V. S. F-et adta. Felvetődik a kérdés, hogyan alkalmazható a módszer háromfázisú rendszerre.

Szimmetrikus összetevők módszerét alkalmazva, a földeletlen háromfázisú zárlat először nyitó fázisára (2.1 pont) a V. S. F. Laplace-transzformáltját a (21) egyenlet adja.

$$U_v(p) = J(p) \cdot \frac{3}{2} Z_1(p) \quad (21)$$

A 2. ábra mutatja földetlen háromfázisú zárlat esetén a megszakító először nyitó fázisának sarkairól nézett impedanciát. ( $Z_1$  – pozitív sorrendű,  $Z_2$  – a negatív sorrendű impedancia. (Mivel  $Z_1 = Z_2$ , ezért a (21) összefüggés szerint elegendő csak a pozitív sorrendű hálózatot egyfázisúan leképezni. Tehát az egyfázisú körre levezetett eredmények értelemszerűen átvihetők a háromfázisú zárlat először megszakító fázisának esetére.



2. ábra.

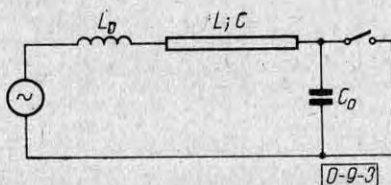
3.4 Számítások elvégzése előre megadott egyenletek alapján

A levezetett körök egyenleteit az 1. táblázat tartalmazza. A táblázatban feltüntetjük a különböző áramkörökre használt állandók ( $m, n, a$  stb.) jelentését,  $I(p), Z(p)$  értékeit, a karakterisztikus egyenletet, s végül az  $u$  visszaszökő feszültséget. Hogy a táblázat ne legyen túlságosan zsúfolt, nem tüntetjük fel az  $U_v(p) = I(p) \cdot Z(p)$  visszaszökő feszültség transzformálnak az értékét.

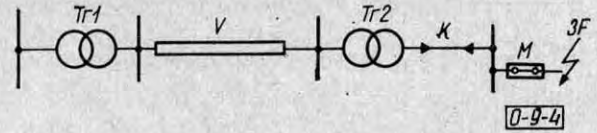
Ha a vizsgált áramkör például a 3. ábrának megfelelő, akkor ezen áramkör az M1-ből adódik, ha  $L_1 = \infty$ . Tehát az M1 kör levezetett egyenleteiből  $n = 0$  helyettesítéssel a 3. ábra áramkörére nyerjük a megfelelő egyenleteket. Az 1. táblázattal kapcsolatban jegyezzük meg, hogy bár az A4 kör egyenleteit a szerző M2 körének egyenleteiből egyszerűsítéssel nyerhetők, ezeket mégis külön feltüntettük. Egyes áramköröknél feltételeztük a számításoknál, hogy a távvezetékek inductívitásainak és kapacitásainak aránya egyenlő. (Pl. A4 körnél  $L_2/L = C_2/C$ .) Ezen közelítés megfelel a valóságnak.

Fontos a számításokhoz tudni, hogy a fő hálózati elemek (generátor, transzformátor, távvezeték, fojtótekercs) inductívitásaiként az ún. „nagyfrekvenciás inductívitást” kell használni. Ezek értékei az irodalomból és a mi méréseinkből is ismertek.

Ha ezen „nagyfrekvenciás inductívitás” értéke nem ismert a szóbanforgó hálózati elemre, jó közelítéssel a következőképpen számíthatjuk:



3. ábra.



4. ábra. M4 áramkörnek megfelelő hálózat  
Az egyes hálózati elemek adatai:  
Tr. 1. transzformátor (120/35 kV, 16 MVA  
 $\epsilon = 8,1\%$ )  
V távvezeték ( $l = 40$  km;  $L_v = 50$  mH/fázis  
 $C_v = 380$  nF/fázis)  
Tr. 2. transzformátor (35/10,5 kV, 12 MVA,  
 $\epsilon = 9,8\%$ )  
K kábel pozitív sorrendű kapacitása  
( $C_o + 3C = 68,8$  nF).

$$\begin{aligned} L_g^* &= 0,7 \cdot L_a'' \\ L_{trf}^* &= 0,85 \cdot L_s \\ L_f^* &= 0,85 \cdot L_f \\ L_v^* &= L_v \end{aligned} \quad (22)$$

A \*-gal jelölt mennyiségek a generátor, transzformátor, fojtótekercs, távvezeték „nagyfrekvenciás inductívitását” adják.

- $L_a''$  – a generátor hosszirányú szubtransziens inductívitása
- $L_s$  – a transzformátor szórási inductívitása
- $L_f$  – fojtótekercs inductívitása
- $L_v$  – távvezeték inductívitása

3.5 Számítási példa

Nézzük a 4. ábrán feltüntetett M4 áramkörnek megfelelő hálózat V. S. F.-ének számítását.

A számításokat egy feszültségszintre redukált értékekkel kell elvégezni, legyen ez a példában 35 kV. A Tr. 1 transzformátor „nagyfrekvenciás inductívitása” a mérések szerint  $L_1 = 17,38$  mH/fázis.

Szórási inductívitása:

$$\begin{aligned} L_{s1} &= 0,081 \cdot \frac{35^2}{16 \cdot \omega} = 19,8 \text{ mh/fázis} \\ L_1^* &= 0,878 \cdot L_{s1} \end{aligned}$$

Ez közel van az ajánlott 0,85 értékhez ((22) egyenletek). A Tr. 2. transzformátor „nagyfrekvenciás inductívitása”  $L_2^* = 28,6$  mH/fázis.

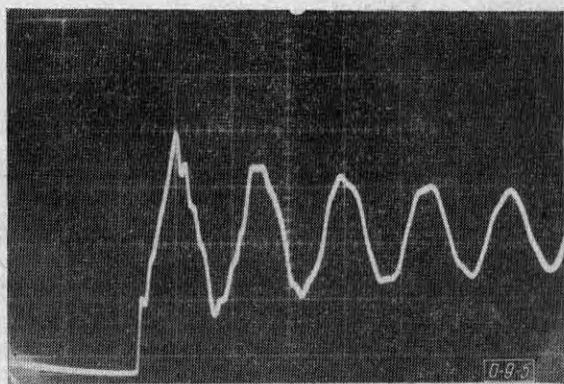
$$L_2^* = 0,895 \cdot L_{s2}$$

$$m = \frac{L}{L_0} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 50}{\frac{3}{2} \cdot 28,6} = 1,75$$

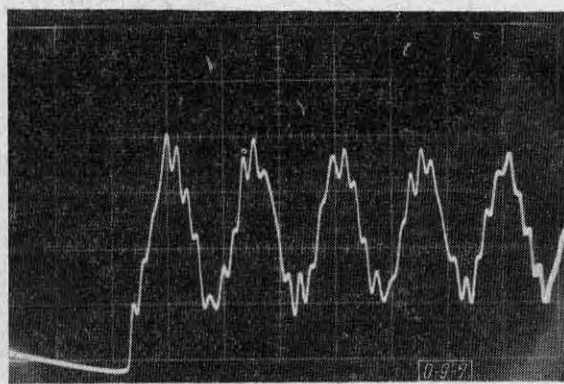
$$n = \frac{C}{C_0} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 380}{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{10,5}{35}\right)^2 \cdot 78,8} = 53,6$$

7. táblázat

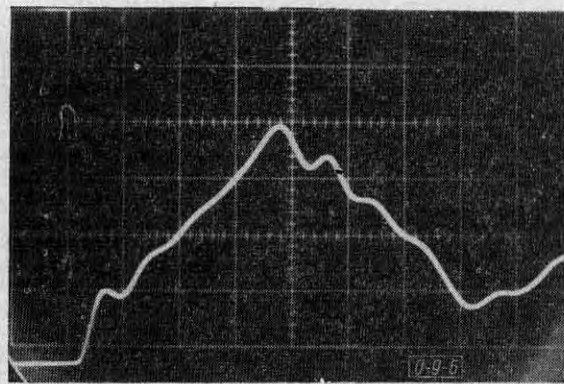
Áramkör jelölése	Áramkör kapcsolása	Jelölések	$J(p) = \frac{1}{\cos \beta - 1} \frac{p^2 + \beta^2}{p^2 + \beta^2}$	Z(p) Impedancia, függvény	Karakterisztikus egyenlet	Visszaszökő feszültség
B5		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{m+1}{m}$	$\frac{\tanh p \cdot \tanh mp}{a p \tanh p \cdot \tanh mp + \tanh mp + \tanh mp}$	$\tan \gamma + \tan m \gamma - a \gamma \tan \gamma \cdot \tan m \gamma - 0$	$U = \frac{m+1}{m+1} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2 \tan^2 \delta_k}{E \tan^2 \delta_k - F \tan \delta_k + m+1} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = ma^2 \gamma_k^2 + m + a + 1$ $F = 2ma \delta_k$
B8		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{1+m+am}{m}$	$\frac{p \cdot \tanh p \cdot \tanh mp}{p \tanh mp + p \tanh p + a \tanh p \cdot \tanh mp}$	$\gamma (\tan m \gamma + \tan \gamma) + a \cdot \tan \gamma \cdot \tan m \gamma - 0$	$U = \cos \beta T - H \Sigma \frac{2 \gamma^2 \tan^2 \delta_k}{E \tan^2 \delta_k + F \tan \delta_k + \delta_k^2 (m+1)} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = (m+1) \delta_k^2 + a (1+am)$ $F = 2ma \delta_k$
C2		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{m}{m+1}$	$\frac{p \cdot \tanh p \cdot \tanh mp}{(p^2 a + am + m) p \tanh p + p^2 + mp}$	$-(mna + m - \gamma^2 a) \gamma \tan \gamma - \gamma^2 + mn - 0$	$U = \frac{mn}{m+1} \frac{m - a\beta^2 + 1}{m+1} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2m^2 n^2}{\delta_k^2 \alpha^2 + \delta_k^4 E + \delta_k^2 F + G} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = \alpha^4 - 2am - 2mna^2$ $F = 2m^2 na + m^2 n^2 a^2 + m^2 - m - 2mna - 2mn$ $G = m^2 n^2 a + m^2 n^2 + m^2 n$
M1		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{m+n(m+1)}{m+1}$	$\frac{p \cdot \tanh p \cdot \tanh mp}{(p^2 am + p^2 + mn) \tanh p + p^2 a + p (m+n)}$	$(-\gamma^2 am - \gamma^2 + mn) \tan \gamma - \gamma^2 a + \gamma (m+n) - 0$	$U = \frac{m+n(m+1)}{m+1} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2 \delta_k^2 (m^2 + \delta_k^2)}{\delta_k^2 \alpha^2 + \delta_k^4 E + \delta_k^2 F + G} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = \alpha^4 m^2 + \alpha^2 m + a + 1 - 2an$ $F = m^2 n^2 + am^2 + m + n - 2am^2 n - 2amn$ $G = m^2 n^2 + m^2 n + mn^2$
A4		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{ma+1}{m(a-1)}$	$\frac{p \cdot \tanh p \cdot \tanh mp}{p \cdot a \tanh p + (a-p \tanh p) \cdot \tanh mp}$	$\gamma + a \tan \gamma + (a - \gamma \tan \gamma) \tan \gamma - 0$	$U = \frac{a+1+ma}{a-1+m(a-\beta^2)} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2(\delta_k + a \tan \delta_k)^2}{(1 + \tan^2 \delta_k) E} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = \gamma^2 (m+1) + a (ma+a+1)$
M2		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{b+ab+a+mab}{1+a-bm+abm}$	$\frac{EF}{E(p \tanh pm - b) + F(a-p \tanh p)}$ $E = a \tanh p + p$ $F = b \tanh pm + p$	$(a \tan \gamma - \gamma)(b - \gamma \tan \gamma m) + (b \tan \gamma m - \gamma)(a - \gamma \tan \gamma) - 0$	$U = \frac{b+ab+a+mab}{(a-1)(b-\beta^2 m) + b(m+1)(a-\beta^2)} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2(a \tan \delta_k + \delta_k)(b \tan \delta_k m + \delta_k)}{G + K + L + m} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $G = (\gamma_k \tan \delta_k m - b)(a + a \tan^2 \delta_k + 1)$ $K = (a \tan \delta_k + \delta_k)(\tan \delta_k m + \delta_k m + \gamma_k m \tan \delta_k m)$ $L = (b \tan \delta_k m + \delta_k)(\tan \delta_k + \delta_k \tan^2 \delta_k)$ $M = (\delta_k \tan \delta_k - a)(b m + b m \tan^2 \delta_k m + 1)$
M3		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{a}{a+1}$	$\frac{p+a \tanh p}{(p+a \tanh p) \tanh p + pm + a+p \tanh p}$	$-(\gamma - a \tan \gamma) \tan \gamma + m + a - \gamma \tan \gamma - 0$	$U = \frac{a}{a-\beta^2(am+m+1)} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2(\delta_k + a \tan \delta_k)^2}{(1 + \tan^2 \delta_k) E} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = \delta_k^2 (m+1) + a (ma+a+1)$
M4		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{ma}{ma+a+m}$	$\frac{n \cdot mE + pF}{n \cdot pmE + (p^2 + nm)F}$ $E = p + a \tanh p$ $F = a + p \tanh p$	$-\gamma^2 (m+a) + nma - (ma + nm - \gamma^2) \gamma \tan \gamma - 0$	$U = \frac{ma}{ma+a+m} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2m^2 n^2 (\delta_k^2 + a^2)}{\delta_k^2 + \delta_k^4 E + \delta_k^2 F + G} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $G = m^2 a^2 - 2mn + a + m$ $K = m^2 a + m^2 n + ma^2 - 2nma + m^2 a^2 + n^2 m - 2nma^2$ $L = nm a^2 + n^2 m a + n m^2 a^2$
M6		$m = \frac{L}{L_0}$ $n = \frac{C}{C_0}$ $a = \frac{C_0}{C}$	$H = \frac{ma+m+a}{m+1}$	$\frac{p^2 + pm \tanh p}{n \cdot p(p^2 + am + m)(p^2 + na) + m \tanh p}$	$-\gamma^2 + \gamma (an + mn) + m (na - \gamma^2) \tan \gamma - 0$	$U = \frac{(ma+m+a)n}{(ma+m+a)n - \beta^2 (m+1)} \cos \beta T - H \Sigma \frac{2 \delta_k^2 m^2 n^2}{\delta_k^2 + \delta_k^4 E + \delta_k^2 F + G} \cdot \frac{\cos \delta_k T}{\delta_k^2 - \beta^2}$ $E = m^2 + m - 2an - 2mn$ $F = a^2 n^2 + m^2 n^2 + 2amn^2 + m^2 n - 2nma - 2m^2 na$ $G = a^2 n^2 m + m^2 n^2 a + m^2 n^2 a^2$



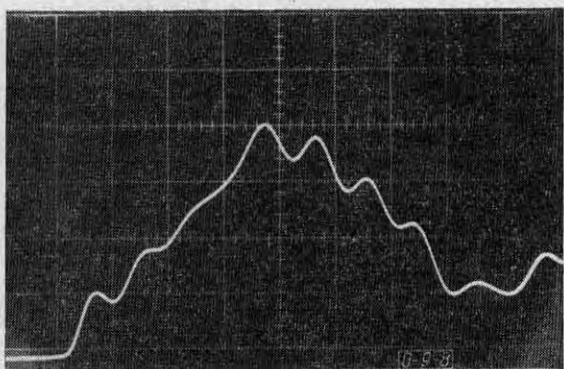
5. ábra. A mért V. S. F. görbe, lépték 0,5 msec/osztás



7. ábra. A számított V. S. F. görbe, lépték 0,5 msec/osztás



6. ábra. A mért V. S. F. görbe, lépték 0,1 msec/osztás



8. ábra. A számított V. S. F. görbe, lépték 0,1 msec/osztás

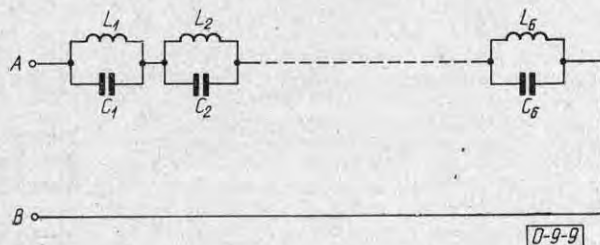
$$a = \frac{L}{L_1} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 50}{\frac{3}{2} \cdot 17,38} = 2,88$$

A 4. ábra szerinti hálózat karakterisztikus egyenletének megoldásával adódó  $\gamma_k$  gyököket, ezeknek megfelelően a V. S. F. rezgéseinek frekvenciáit és amplitúdóit a 2. táblázat tartalmazza.

2. táblázat

$\gamma_k$	Frekvencia (Hz) $f_k = \gamma_k / 2\pi\sqrt{LC}$	Amplitúdó ( $e_g$ egységében)
1,164	1 344	0,6006
3,72	4 297	0,08882
6,485	7 492	0,06805
8,912	10 293	0,1498
10,52	12 150	0,08316
13,072	15 097	0,00763

A 4. ábra szerinti hálózat V. S. F.-ének mérése a Villamosenergiaipari Kutató Intézet V. S. F. kis-mintáján történt. A kisminta a valóságos hálózattal teljesen egyenértékű, nagy pontossággal modellezi azt le. A mért V. S. F. görbékét 0,5 msec/osztás és 0,1 msec/osztás széthúzásban az 5. és 6. ábra mutatja. A 2. táblázat alapján számolt V. S. F.-et a 7. és 8. ábra mutatja az 5., illetve 6. ábrának megfelelő időléptékben.



9. ábra. Kapcsolás a számított V. S. F. oszcillografálásához.

A számolt rezgéseknek megfelelő V. S. F. oszcillografálása a következőképpen történt. A táblázat amplitúdó arányainak megfelelő induktivitásokkal párhuzamosan kapcsoltunk kondenzátorokat. Ezen kondenzátorokkal állítottuk be a  $\gamma_k$  gyököknek megfelelő önrezgéseket, majd a rezgőkörök 9. ábra szerinti kapcsolása esetén az A—B pontok közé áram félhullámokat injektálva ott a V. S. F. oszcillografálható.

A 7. és 8. ábra V. S. F.-ének csillapodása a 9. ábra szerinti rezgőkörök kismérvű csillapításával magyarázható.

Az 5—8. ábrák összehasonlítása mutatja, hogy a mért és számított V. S. F. görbék igen jól egyeznek.

### Összefoglalás

Adott hálózati ponton fellépő visszaszökő feszültség meghatározásának egyik módszere a Thevenin elven alapuló operátoros számítási módszer. Olyan hálózatok esetében, amelyek kon-

centrálittal nem helyettesíthető elosztott paraméterű elemeket (pl. távvezetékeket) tartalmaznak, a számítás alapját képező karakterisztikus egyenletek elég bonyolultak.

Hogy az üzemi mérnököknek ne kelljen ezen számításokat levezetni, Hammarlund [1] jelentős számú áramkörre végezte el a számításokat. A szerző tapasztalatai azonban azt bizonyították, hogy a Hammarlund által levezetett áramkörökön túlmenően egyes esetekben szükséges, hogy új, bonyolultabb áramkörökre is elvégezzük a levezetések. A szerző a módszer ismertetésén és gyakorlati példán való bemutatásán túlmenően ilyen új áramkörökre levezetett eredményeket közöl Hammarlund áramköreivel együtt táblázatos formában.

## IRODALOM

1. HAMMARLUND, P.: Transient recovery voltage subsequent to short-circuit interruption. Stockholm (1946).
2. Dr. GESZTI P. O.: Villamosművek III. Tankönyvkiadó (1963).
3. DAHR, K.: Integrational and operational calculus. Stockholm (1935).
4. Dr. SZABÓ-BAKOS R.: A független V. S. F. paramétereinek vizsgálata 35 kV-os távvezetékek kistávolságú zárlatai esetén. VILLENKI Budapest (1961).
5. AKODISZ – KORZUN – CHLJUPIN: Vosztanavlivajucsejeszja naprjazsenie na kontaktah vükljucsatelja Izv. Vuzov SZSZSZR Energetika No 7. 1867.
6. MIHÁLKOVICS T.: A hálózati független visszaszökő feszültség számítási módszerei. VEIKI Budapest (1968). HV 12.

*Érkezett: 1970. III.*